Os desafios de um problema geométrico

Fernanda Menina
Sandra Guerreiro

O problema foi proposto numa turma de 9.º ano na Escola Básica 2, 3 Eng.º Duarte Pacheco, em Loulé, na qual existiam alunos de nacionalidade portuguesa, chinesa, venezuelana, ucraniana, brasileira e nepalesa. A escolha do problema adveio da dificuldade com que nos deparamos muitas vezes ao lecionar em turmas muito heterogéneas, onde existem alunos de várias nacionalidades e com diferentes níveis de conhecimentos matemáticos.

Cada vez mais os professores são confrontados com a diversidade de alunos que têm, diversidade não só nas aprendizagens realizadas, mas também na forma de pensar e de aprender, para já não falar de distintas culturas, valores e domínios da língua portuguesa, em presença. Assim, a criação de momentos de diferenciação pedagógica torna-se cada vez mais um imperativo pedagógico (Santos, 2009).

Cedo foram detetadas dificuldades em propor tarefas que fossem apelativas a todos e que se traduzissem em aprendizagens efetivas. O aluno chinês, dotado de grande raciocínio matemático, não falava português e necessitava de uma aplicação no telemóvel para traduzir os enunciados para mandarim. O aluno nepalês, só se expressava em Inglês. Os alunos venezuelanos e brasileiros, com pouco tempo de integração no sistema de ensino português, apresentavam ausência de pré-requisitos científicos, necessários à aquisição/consolidação de conhecimentos. Um dos alunos da turma era dotado de um grande gosto pela disciplina, familiarizado com procedimentos matemáticos e participante habitual nas Olimpíadas Portuguesas da Matemática e em outras provas semelhantes, onde alcançou bons resultados.

A primeira questão que se impôs foi a escolha da tarefa. Para abordar eficazmente um enunciado é necessário um grau de entendimento que tem de refletir um conhecimento científico prévio. Por vezes, a falha na interpretação de um determinado enunciado, texto matemático ou questão de índole matemática induz o aluno a criar uma realidade paralela (Menina, 2009). A tarefa, teria de ser suficientemente simples para estimular os alunos que acusam maior dificuldade, mas também teria de ser apelativa para os alunos que gostam de tarefas com um grau de complexidade mais elevado. A Geometry Standard defende que os alunos devem usar a visualização, a orientação espacial e a modelação geométrica para resolver problemas (Lindquist & Clements, 2001), por isso optámos por uma tarefa que envolvesse geometria uma vez que a sua exploração permite não só a construção de esquemas, mas também resoluções algébricas. Deste modo, um problema geométrico é muitas vezes acessível aos alunos com alguns défices nos conhecimentos matemáticos e a sua exploração pode ser feita recorrendo a conhecimentos relativamente simples, apelando à criatividade dos alunos.

O ponto de partida foi o problema "Uma cerca para o Faísca" (NCTM, 1994), que adaptámos, propondo a versão que se segue:

Uma cerca para o Faísca

O dono do Faísca, tem 40 metros de rede para construir uma cerca retangular para o seu cão.

1.1. Considerando que os lados da cerca são números naturais, quais deverão ser as dimensões dos lados da cerca, para que o cão tenha a maior área possível para correr? E a menor?

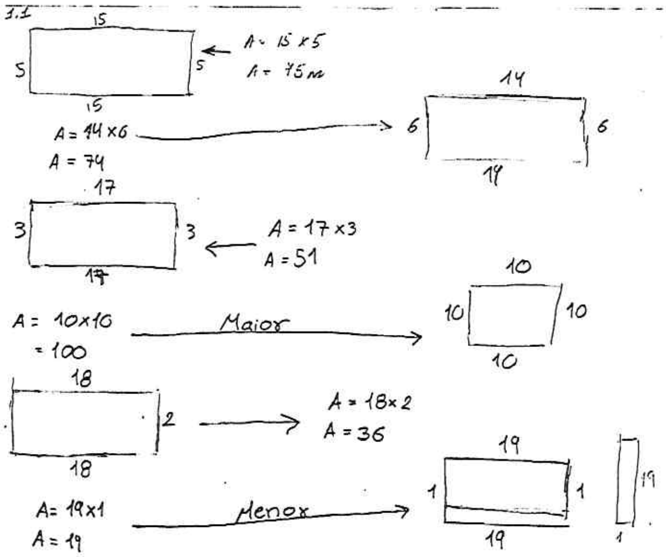
1.2. Construída a cerca com maior área possível, o dono do Faísca irá dividi-la em duas partes iguais para plantar relva numa dessas partes. Se adquirir mais 14 metros de rede chegará para efetuar essa divisão?

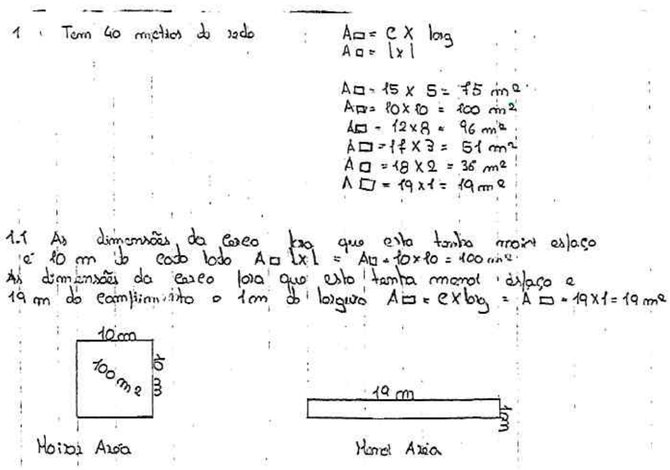
A exploração do problema decorreu em duas aulas de 50 minutos. Na primeira aula, os alunos resolveram o problema proposto e na segunda aula discutimos as diversas conclusões. Para o resolver, os alunos dividiram-se em cinco pequenos grupos de 3 ou 4 alunos, numa tentativa de os colocar a todos a trocar ideias, a explicar procedimentos e a comunicar conclusões.

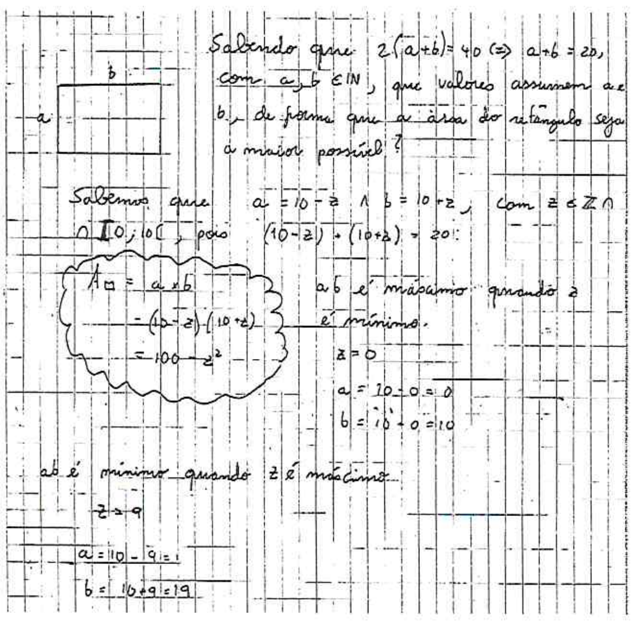
Na resolução da primeira questão, os alunos estrangeiros solicitaram ajuda na leitura e compreensão do enunciado. Embora estivessem familiarizados com o conceito de área e perímetro, não entendiam os enunciados o que limita muitas vezes a aplicação dos seus conhecimentos. Superada a dificuldade inicial, todos os grupos conseguiram resolver a questão, quer de forma algébrica, quer de forma geométrica.

Apresentamos a seguir três resoluções da alínea 1.1.. Nesta alínea, a maioria dos grupos implementou uma estratégia de tentativa e erro no cálculo das dimensões dos lados da cerca, como se pode observar nas duas primeiras resoluções. Apenas um dos grupo apresentou uma resolução mais cuidada e formal.

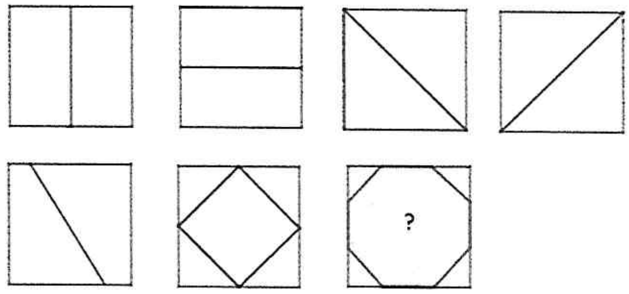
Todos os alunos concluíram corretamente que o terreno com área máxima seria um quadrado com dez metros de lado, enquanto o de menor área seria um retângulo com 19 metros de comprimento e 1 metro de largura.



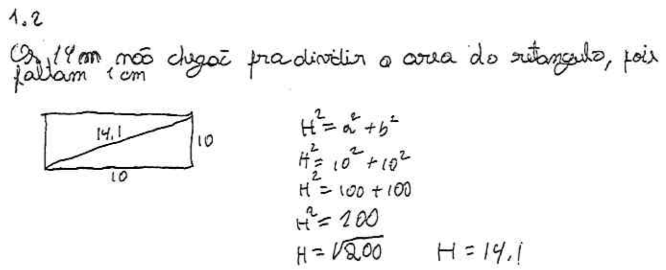




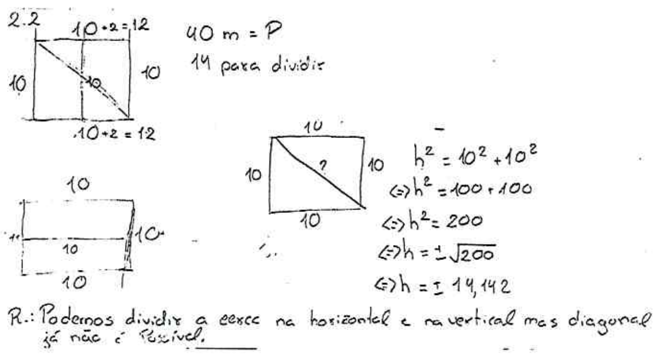
Na segunda questão, os grupos optaram por diferentes abordagens. Embora houvesse grupos com soluções iguais, as divisões do quadrado em duas áreas iguais sugeridas pelos alunos, foram as seguintes:



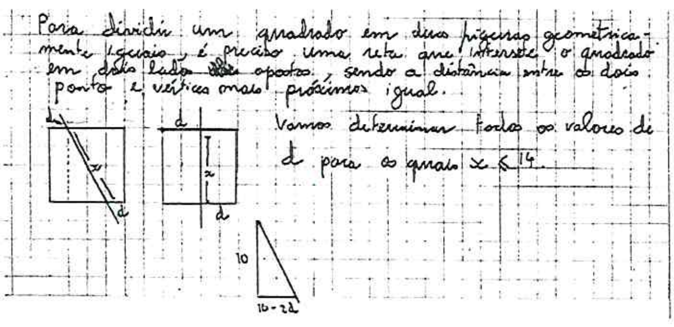
A resolução do grupo constituído maioritariamente por alunos venezuelanos, embora não esteja correta, mostra que conseguiram visualizar uma divisão possível e aplicar o Teorema de Pitágoras para fundamentar a sua resposta.

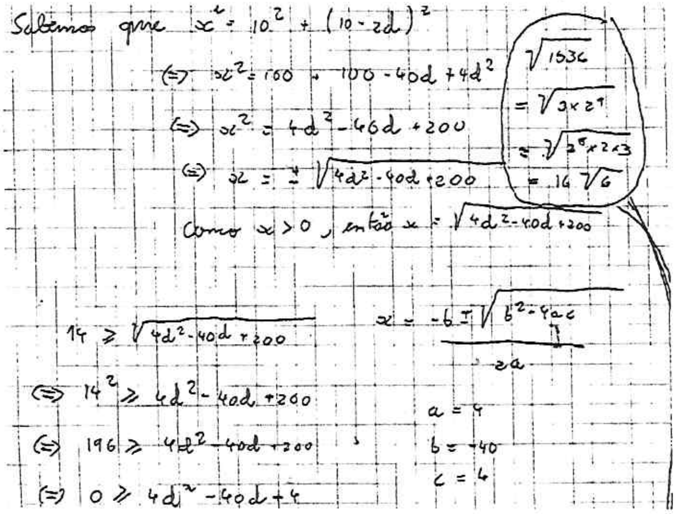


Um outro grupo teve a mesma abordagem ao problema, conseguindo perceber que haveria forma de dividir o terreno em duas áreas iguais e usar apenas 14 metros de rede, mas que haveria uma opção em que tal não seria possível.

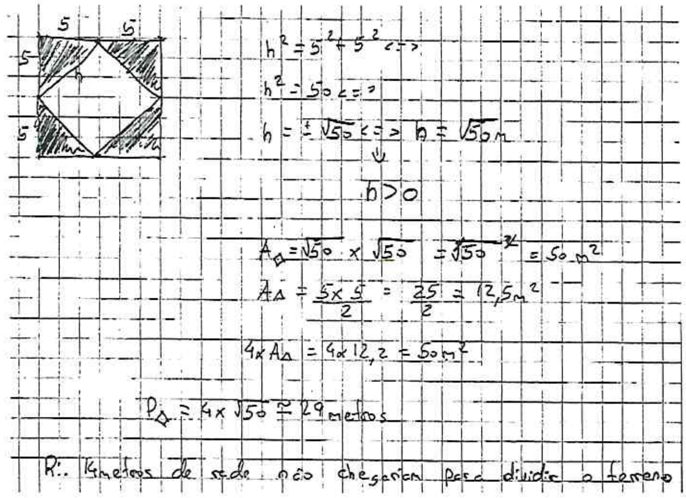


O grupo onde se encontrava o aluno com o melhor desempenho, optou por dividir o quadrado em dois trapézios o que também lhes permitiria concluir que os 14 metros de rede disponíveis para dividir o terreno seriam suficientes. Mas, a resolução algébrica levou-os a uma inequação irracional, que sendo um conteúdo de 10.º ano, impossibilitou uma resposta efetiva ao problema.





Para finalizar, o grupo que integrava o aluno chinês dividiu o terreno da seguinte forma:

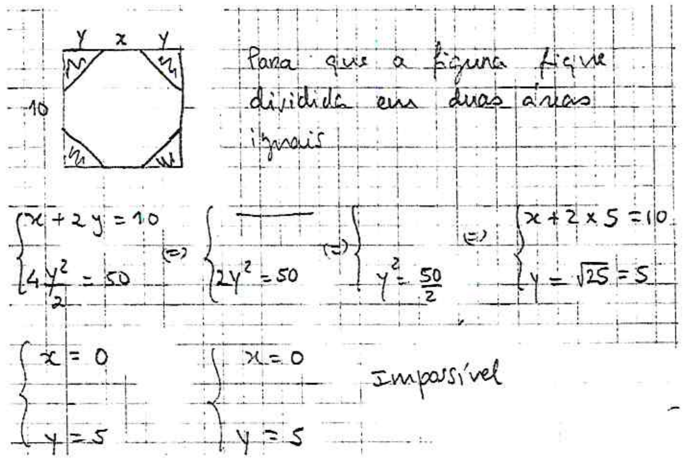


No início da segunda aula explorámos as respostas de todos os grupos. Haveria apenas uma forma de dividir o terreno em duas partes iguais? Verificámos que nem todos os alunos interpretaram o enunciado da mesma forma, pois apresentaram resoluções com recurso a figuras que não eram geometricamente iguais.

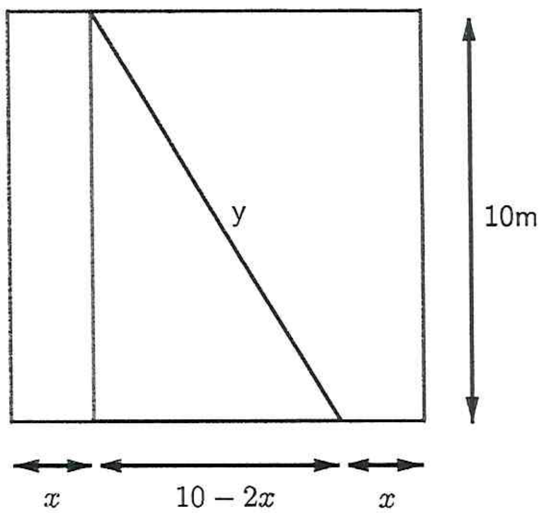
Após a exploração desta última resolução, onde a divisão do terreno teve por base duas regiões equivalentes (um quadrado e quatro triângulos), surgiu ainda outra questão:

– Professora, não poderíamos também usar um hexágono para efetuar a divisão?

Explorámos esta ideia com os alunos, que nos foram dando sugestões para equacionar o problema, no entanto foi necessário direcioná-los, discutindo quais seriam as condições necessárias: o lado do quadrado teria de ser 10 e a área dos 4 triângulos exteriores ao hexágono teria de ser 50. A turma, através da resolução de um sistema, chegou à conclusão que tal não seria possível, pois a solução coincide com a encontrada anteriormente.



Nesta aula, resolvemos ainda explorar com a turma a abordagem do grupo que dividiu o quadrado em dois trapézios retângulos geometricamente iguais. Assim, com recurso às capacidades gráficas da calculadora fx-CG50 conseguimos obter as possíveis soluções, evitando a resolução de inequações irracionais, as quais são estudadas apenas no ensino secundário.



Nesta abordagem, a variável x assume valores no intervalo $]0, 5[$ e a variável y no intervalo $]0, 14[$.

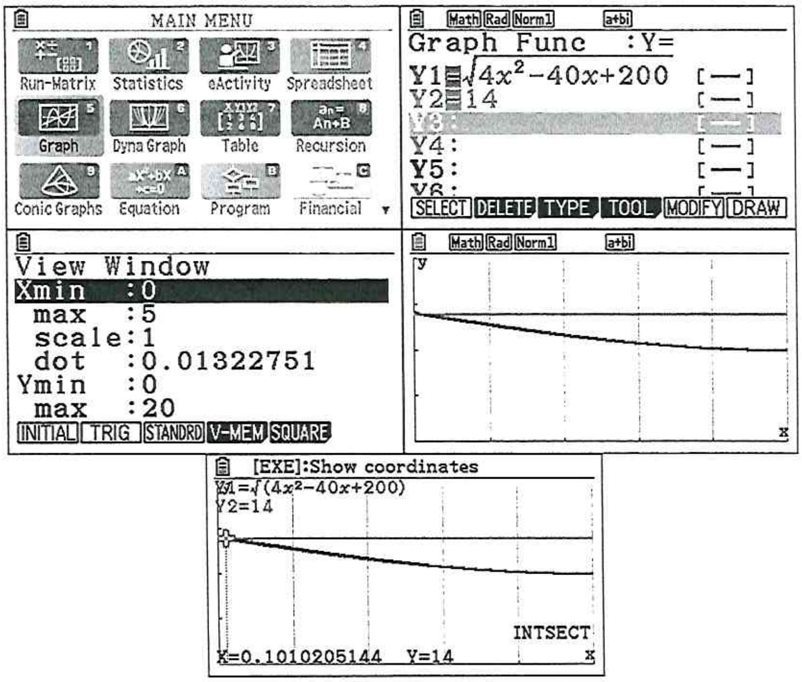
Assim, recorrendo ao Teorema de Pitágoras obtemos facilmente que $y=\sqrt{4x^2-40x+200}$

Para determinar as soluções deste problema procedemos à resolução gráfica da inequação $y \leq 14$.

Assim, para a divisão do quadrado em dois trapézios retângulos geometricamente iguais são admissíveis todas as soluções em que x∈[0,101;5].

A matemática é uma construção social. Tanto a nossa visão pessoal do que nos rodeia, como os conhecimentos matemáticos influenciam a nossa abordagem aos problemas. A matemática está em todo o lado a partir do momento em que nós, pessoas treinadas em matemática, a colocamos lá (Pais, 2012).

As várias resoluções a que os alunos chegaram foram tanto determinadas pela sua destreza matemática como pelo reconhecimento empírico que cada aluno fez do problema. Para alguns, é imediata a transformação do problema geométrico, numa resolução algébrica, demonstrando um maior domínio de conhecimentos matemáticos. Para outros, a dificuldade em mobilizar pré-requisitos leva-os a uma exploração do problema correta, mas menos complexa.



EM CONCLUSÃO

As tarefas, com um contexto predominantemente geométrico permitem ao professor motivar um vasto leque de alunos. Por um lado, possibilitam aos alunos uma abordagem geométrica, que não acarreta necessariamente conhecimentos algébricos, levando-os a desencadear esforços para a sua resolução de acordo com as suas capacidades cognitivas, pois ficam motivados pela aparente simplicidade da solução. A resolução geométrica é a solução encontrada pela maioria dos alunos com maiores dificuldades. Por outro lado, permitem ao professor incitar os alunos cujo espírito critico está mais desenvolvido, levando-os a explorações mais aprofundadas das tarefas cujos raciocínios divergem por diferentes caminhos e conduzem a diferentes soluções.

Estimular uma turma, em que os alunos não estão no mesmo nível de conhecimentos e cuja curiosidade e espírito crítico não parecem estar em sintonia, não é uma tarefa fácil. É necessária a exploração de tarefas ao alcance de todos que conjugadas com a investigação em grupo, tenham em vista estimular a comunicação matemática, levando-os ao seu entendimento e permitindo a todos experimentar o sucesso.

Referências

Menina, F. (2009) Compreensão e Interpretação em Matemática: Dificuldades de alunos de 9.º ano na resolução de problemas. Dissertação de mestrado, Universidade do Algarve. http://hdl.handle.net/10400.1/256

NCTM (1994). *Normas profissionais para o ensino da Matemática.* APM e IIE (original em Inglês publicado em 1991).

Pais, Alexandre (2012). A investigação em etnomatemática e os limites da cultura. *Revista Reflexão e Ação, Santa Cruz do Sul, v.20,* n2, p.32-48 jul./dez.2012. 32-48

Santos, L. (2009). Diferenciação Pedagógica: um desafio a enfrentar. *Noesis, 79*, 52-57. http://area.fc.ul.pt/pt/artigos%20publicados%20nacionais/Diferenciacao%20Pedagogica%20Noesis.pdf

Fernanda Menina

Sandra Guerreiro

E.B. 2, 3 Eng.º Duarte Pacheco, Loulé